Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie
ISSN: (Online) 2222-4173, (Print) 0254-3486

Die sterk Parrott-lemma

Authors:
M. van Straaten[1]
S. ter Horst[1]

Affiliations:
[1]Department of Mathematics and Applied Mathematics, North-West University, South Africa

Corresponding author:
M. van Straaten,
vanstraaten.madelein@gmail.com

How to cite this article:
Van Straaten, M. & Ter Horst, S., 2016, 'Die sterk Parrott-lemma', *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie* 35(1), a1415. http://dx.doi.org/10.4102/satnt.v35i1.1415

The strong Parrott's lemma. A study was done using matrix analysis to find the necessary and sufficient conditions for a given partial matrix to be completed to a contraction and the form of the unspecified entry in the partial matrix. An extention to this (Parrott's lemma) is also obtained which gives an extra condition.

Die fokus van hierdie studie is om die voorwaardes te kry vir wanneer 'n gegewe parsiële matriks uitgebrei kan word tot 'n kontraksie. Die hoofdoel is om by Parrott se lemma uit te kom en dit daarna uit te brei tot 'n sterker weergawe wat 'n ekstra voorwaarde bevat. 'n $p \times q$-matriks A is 'n kontraksie as die norm (lengte) gereduseer word indien A beskou word as 'n lineêre transformasie; dit is as $\|Ax\| \leq \|x\|$ vir enige vektor $x \in \mathbb{C}^q$ is. Die uitbreiding van 'n matriks tot 'n kontraksie behels die spesifisering van waardes in 'n matriks waarin party inskrywings nie gespesifiseer word nie.

Daar word gekyk na matrikse wat in vier blokke verdeel kan word met die matriks D in die posisie regs onder wat nie gespesifiseer word nie. Watter eienskappe sulke matrikse moet toon sodat dit tot 'n kontraksie uitgebrei kan word, word bekyk. Die vorm wat D moet hê sodat die matriks 'n kontraksie kan wees, word ook bestudeer.

Die resultaat wat verkry word, word die lemma van Parrott genoem. Dit beskryf die nodige en voldoende eienskappe wat die matriks wat ons wil uitbrei, moet toon, asook hoe die matrikse D, wat ons wil spesifiseer, moet lyk. Daarna word die oplossing uitgebrei tot wat die sterk Parrott-probleem genoem word. In hierdie geval kry ons 'n ekstra voorwaarde waaraan die matriks moet voldoen wat groter fokus aan die probleem verleen. 'n Spesifieke matriks D word verkry met behulp van Douglas se lemma.

Resultate soos Schur se komplemente, die singulierewaarde-ontbinding en 'n vierkantswortelstelling word weergegee, bewys en in die navorsing gebruik.

Die bewyse word in die komplekse Euklidiese ruimte gedoen, wat 'n eindige dimensionale vektorruimte oor die komplekse getalle is. Dit is wel goed om kennis te neem dat die meeste van die resultate wat ons verkry, ook vir Hilbert-ruimtes geld.

Note: A selection of conference proceedings: Student Symposium in Science, 29–30 October 2015, University of the Free State, South Africa. Organising committee: Mr Rudi Pretorius and Ms Andrea Lombard (Department of Geography, University of South Africa); Dr Hertzog Bisset (South African Nuclear Energy Corporation (NECSA); Dr Ernie Langner and Prof Jeanet Conradie (Department of Chemistry, University of the Free State).